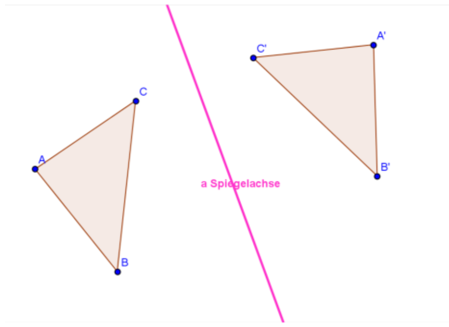
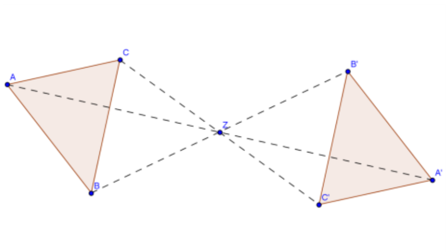
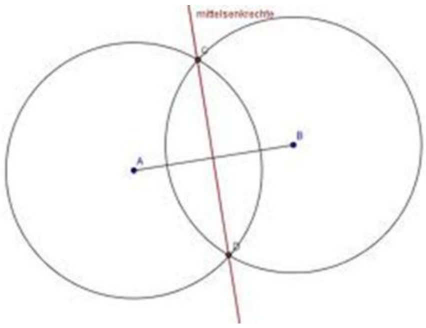
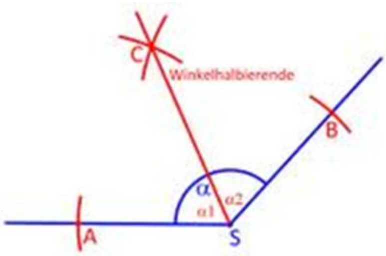
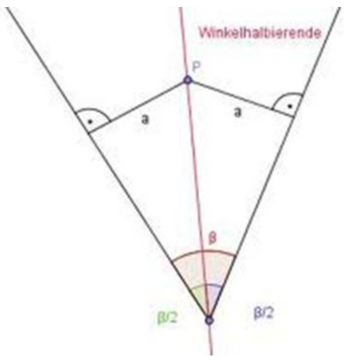
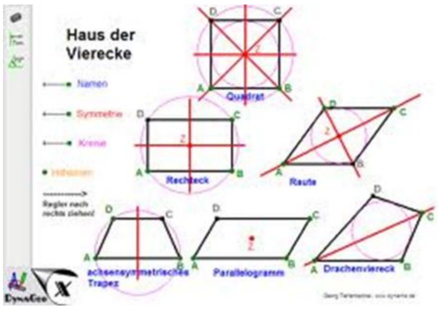
Wissen	Beispiel
Achsensymmetrie Figuren die an einer Achse a gespiegelt werden nennt man achsensymmetrisch bezüglich a. Die Verbindungsstrecke zwischen zwei achsensymmetrischen Punkten wird durch die Achse a halbiert. Alle Punkte auf der Achse a sind von den zwei achsensymmetrischen Punkten gleich weit entfernt.	
Punktsymmetrie Dreht man Figuren um 180° um einen Punkt Z, so nennt man diese punktsymmetrisch bzgl. Z. Das Symmetriezentrum halbiert die Verbindungsstrecke zwischen den Figuren.	
Konstruktionen Die **Mittelsenkrechte m** zur Strecke [AB] ist die Symmetrieachse zu den Punkten A und B. Die **Winkelhalbierende** $w_\propto$ eines Winkels ist die Symmetrieachse zu den beiden Schenkeln des Winkels. Das **Lot l** zu einer Geraden g steht auf g senkrecht und geht durch P.	  

Achsen- und punktsymmetrische Vierecke

Achsensymmetrische Vierecke

- Mit vier Symmetrieachsen: Quadrat
- Mit zwei Symmetrieachsen: Rechteck, Raute
- Mit einer Symmetrieachse: achsensymmetrisches Trapez, Drachen

Jedes punktsymmetrische Viereck ist zugleich auch ein Parallelogramm.

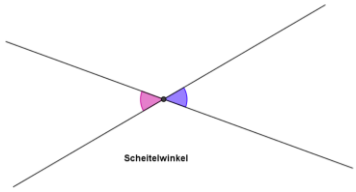


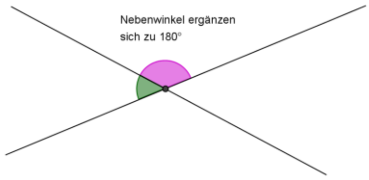
Scheitelwinkel und Nebenwinkel

Zwei gegenüberliegende Winkel an einer Geradenkreuzung nennt man **Scheitelwinkel** und zwei nebeneinander liegende Winkel nennt man **Nebenwinkel**.

Scheitelwinkel sind gleich groß.
Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.

A und B (C und D) sind Nebenwinkel, A und C (B und D) sind Scheitelwinkel.

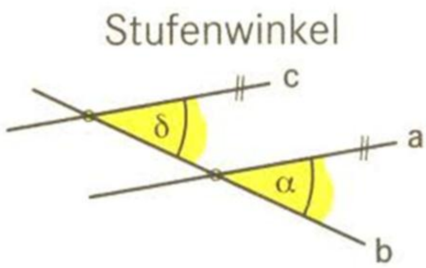


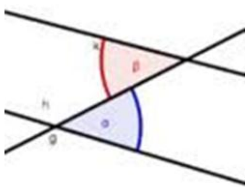


Stufenwinkel und Wechselwinkel

Schneidet eine Gerade zwei weitere Geraden g und h, so nennt man die jeweils gekennzeichneten Winkel an den Geraden **Stufenwinkel** bzw. **Wechselwinkel**.

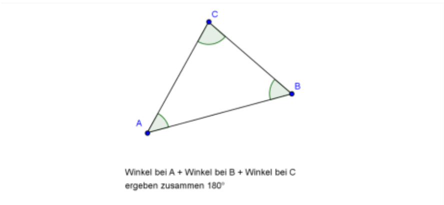
Sind zwei Geraden g und h parallel, dann sind Stufenwinkel gleich groß und Wechselwinkel gleich groß.
Umgekehrt gilt:
Sind Stufenwinkel (Wechselwinkel) an zwei Geraden g und h gleich groß, dann sind g und h zueinander parallel.





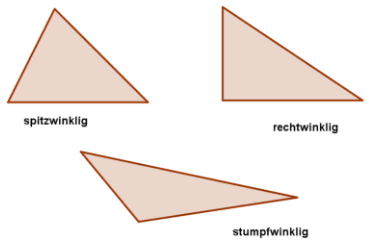
<table>
<tr>
<td>

Winkelsumme im Dreieck

In jedem Dreieck beträgt die Summe der drei Innenwinkel 180°.
</td>
<td>


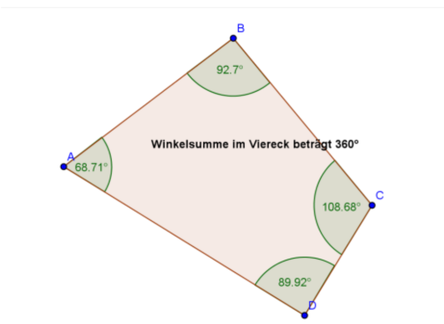
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Bezeichnungen für Dreiecke

Spitzwinkliges Dreieck: Jeder Winkel ist spitz (<90°).
Rechtwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist ein rechter.
Stumpfwinkliges Dreieck: Ein Winkel ist stumpf (>90°).
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>

Winkelsumme im Viereck

In jedem Viereck beträgt die Summe der vier Innenwinkel 360°.
</td>
<td rowspan="2">


</td>
</tr>
<tr>
<td>

Winkelsumme im Vieleck

Die Winkelsumme in einem n-Eck beträgt: $(n-2)\cdot 180°$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Terme mit Variablen

In Termen können auch Variablen auftreten. Die Variablen sind Stellvertreter für Zahlen oder für Größen.

Terme werden oft abkürzend mit Buchstaben bezeichnet.
</td>
<td>
$3\cdot(5-a)$; x^3+x+4; $x\cdot a^2-a\cdot b$ sind Terme mit Variablen.

$A(a;b)=a\cdot b$ ist ein Term, der von den Variablen a und b abhängt.
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Berechnen von Termwerten

Werden alle im Term vorkommenden Variablen durch Zahlen oder Größen ersetzt, kann man den Termwert berechnen.
Gleiche Variablen sind durch gleiche Zahlen bzw. Größen zu ersetzen. Verschiedene Variablen können durch verschiedene, oder auch durch gleiche Zahlen bzw. Größen ersetzt werden.
</td>
<td>
$$T(x)=x^3-4x$$
$$T(5)=5^3-4\cdot 5=105$$

$$T(a;b)=a^2+b^2$$
$$T(3;4)=3^2+4^2=25$$
$$T(5;5)=5^2+5^2=50$$
</td>
</tr>
</table>

Aufstellen und Interpretieren von Termen

Schritte beim Aufstellen eines Terms:

1. Untersuchung des Sachverhaltes an konkreten Beispielen und Suche nach einer Gesetzmäßigkeit.
2. Einführung von Variablen und Beschreibung der gefundenen Gesetzmäßigkeit durch einen Term.

Ist die Bedeutung der Variablen geklärt, dann kann der Term interpretiert werden.

$$68 \cdot 72; 66 \cdot 74; 64 \cdot 76; 62 \cdot 78; \ldots$$

Erkennen der Gesetzmäßigkeit:

$$a_1 = 68 \cdot 72 = (70-2)(70+2)$$
$$a_2 = 66 \cdot 74 = (70 - 2 \cdot 2)(70 + 2 \cdot 2)$$
$$a_3 = 64 \cdot 76 = (70 - 2 \cdot 3)(70 + 2 \cdot 3)$$

…

$$a_n = (70 - 2n)(70 + 2n)$$

Der Term $a \cdot b$ gibt den Flächeninhalt eines Rechtecks an, wenn a und b die Seitenlängen vertreten.

Zuordnung: Variablenwert – Termwert

Jedem Variablenwert wird durch einen Term ein eindeutig bestimmter Termwert zugeordnet. Eine Wertetabelle beschreibt eine solche Zuordnung in graphisch dargestellter Form.

$$T(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

x	-4	-2	0	1	2
T(x)	0	1	2	2,5	3

Gleichwertige Terme

Ergeben zwei Terme bei beliebiger Ersetzung der Variablen denselben Termwert, nennt man sie **gleichwertig** oder **äquivalent**. Durch Anwendung der Rechengesetze lässt sich ein Term in einen äquivalenten Term umformen.

$T_1(x) = x \cdot (\frac{1}{2}y + x)$ und $T_2(x) = \frac{1}{2}xy + x^2$ sind äquivalent.

$T_1(a) = 2a^2 - 4$ und $T_2(a) = 2a - 4$ sind nicht äquivalent.

Rechengesetze

Für alle rationalen Zahlen a, b und c gelten folgende Gesetze:

Kommutativgesetze:

$$a + b = b + a$$
$$a \cdot b = b \cdot a$$

Assoziativgesetze:

$$a + (b + c) = a + b + c = (a + b) + c$$
$$a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$$

Distributivgesetze:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Umformungen in Produkten

Gleiche Faktoren lassen sich zu Potenzen zusammenfassen.

$$4a \cdot 2b \cdot a \cdot \frac{1}{2}b \cdot 2a = 8 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b$$
$$= 8a^3b^2$$

Gleichartige Terme Zwei Produkte, in denen genau die gleichen Variablen in jeweils derselben Potenz auftreten, nennt man **gleichartig**. Sie können addiert bzw. subtrahiert werden.	$3a \cdot 2b - \frac{1}{2}b \cdot 4a + 2ab^2 = 6ab - 2ab + 2ab^2 = 4ab + 2ab^2$ $4ab$ und $2ab^2$ sind nicht gleichartig.
Klammerregeln Steht ein **Plus** vor der Klammer, kann man die Klammern weglassen. $a + (b + c) = a + b + c$ $a + (b - c) = a + b - c$ Steht ein **Minus** vor der Klammer, so ändert man die Vorzeichen in der Klammer und lässt die Klammern und das Minuszeichen weg. $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$	$-3k + (5 + 2k) = -3k + 5 + 2k = -k + 5$ $7r + (2s^2 - 3{,}5r) = 7r + 2s^2 - 3{,}5r$ $= 2s^2 + 3{,}5r$ $x^2 - (2x^2 + y^2) = x^2 - 2x^2 - y^2 = -x^2 - y^2$ $-2u - (uv^2 - 2u) = -2u - uv^2 + 2u$ $= -uv^2$
Ausmultiplizieren und Ausklammern Mit Hilfe des Distributivgesetzes kann man Summen mit einem Term multiplizieren: Man multipliziert jeden Summanden mit dem Term und addiert die dabei entstehenden Produkte. Diese Umformung eines Produktes in eine Summe bezeichnet man als **Ausmultiplizieren**. Formt man mit Hilfe des Distributivgesetzes eine Summe in ein Produkt um, so spricht man vom **Ausklammern**. Die Voraussetzung dafür ist, dass alle Summanden einen gemeinsamen Faktor besitzen.	$6z \cdot \left(2x + \frac{1}{3}z\right) = 12xz + 2z^2$ $(3a - 2b^2) \cdot 2a = 6a^2 - 4ab^2$ $pq - p \cdot (q - 3p) = pq - pq + 3p^2 = 3p^2$ $4r^2 - 6r = 2 \cdot (2r^2 - 3r)$ oder auch $4r^2 - 6r = 2r \cdot (2r - 3)$
Multiplizieren von Summen Man multipliziert zwei Summen, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert und die dabei entstehenden Produkte addiert: $(a + b) \cdot (x + y) = ax + ay + bx + by$	$(u + 2v) \cdot (u - v)$ $= u \cdot u - u \cdot v + 2v \cdot u - 2v \cdot v$ $= u^2 - uv + 2uv - 2v^2$ $= u^2 + uv - 2v^2$ $(-2 - k)(2k - 4) = -4k + 8 - 2k^2 + 4k$ $= 8 - 2k^2$
Gleichungen Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind. Dabei muss mindestens in einem der beiden Terme eine Variable vorkommen. Ergeben sich durch das Einsetzen einer Zahl oder einer Größe für die Variable dieselben Termwerte auf beiden Seiten der Gleichung, so bezeichnet man die Zahl oder Größe als eine Lösung der Gleichung.	$6x - 12 = -15$ ist eine Gleichung. Gleichung: $4 - x^3 = 2x + 16$ $x = -2;\ 4 - (-8) = 4 + 8 = 12$ $2 \cdot (-2) + 16 = -4 + 16 = 12$ -2 ist eine Lösung der Gleichung.

Äquivalenzumformungen von Gleichungen Eine Äquivalenzumformung ist die Umformung einer Gleichung, nach der sie dieselben Lösungen besitzt wie vorher. Wichtige Äquivalenzumformungen: - Termumformungen - Addition oder Subtraktion einer Zahl oder eines Terms auf beiden Seiten der Gleichung - Multiplikation der beiden Seiten der Gleichung mit einer Zahl oder Division beider Seiten durch eine Zahl	$3 - x = -5x + 2$ $3 + 4x = 2$ $12x = 13$ $x = \frac{13}{12}$
Lineare Gleichungen (mit einer Variablen) Eine Gleichung (mit einer Variablen x), in der x nach dem Ausmultiplizieren von Klammern nur in der Form $a \cdot x$ vorkommt, nennt man lineare Gleichung.	$2x - 8 = 4x - 5 - 8x$ ist eine lineare Gleichung, $x \cdot (x + 2) = 5$ ist keine lineare Gleichung.
Lösungsverfahren für lineare Gleichungen Eine lineare Gleichung mit der Variablen x lässt sich immer in den folgenden Schritten lösen: 1. Termumformungen bis zur Form $ax + b = cx + d$ 2. Addition bzw. Subtraktion und Zusammenfassen so, dass nur noch die Variable oder ein Vielfaches von ihr auf nur einer Seite steht 3. Division durch den Faktor des x-Terms Führe abschließend eine Probe durch Einsetzen durch.	$7(-x + 1) = 12(2 - x)$ $-7x + 7 = 24 - 12x$ $5x = 17$ $x = 3{,}4$ $7(-3{,}4 + 1) = 7 \cdot (-2{,}4) = -16{,}8$ $12(2 - 3{,}4) = 12 \cdot (-1{,}4) = -16{,}8$
Gleichungen in Anwendungssituationen Hilfreich ist die Beachtung der folgenden Schritte: 1. Variable einführen 2. Gleichung aufstellen 3. Gleichung lösen 4. Ergebnis überprüfen und formulieren	Timo ist dreimal so alt wie Caro. In vier Jahren wird er nur noch doppelt so alt sein wie Caro dann ist. <table><tr><td></td><td>Heute</td><td>In 4 Jahren</td></tr><tr><td>Caro</td><td>c</td><td>c+4</td></tr><tr><td>Timo</td><td>3c</td><td>3c+4</td></tr></table> $3c + 4 = 2(c + 4)$ $3c + 4 = 2c + 8$ $c = 4$ Heute ist Caro 4 Jahre alt und Timo 12 Jahre alt. In 4 Jahren ist Caro 8 Jahre alt und Timo 16 Jahre alt.

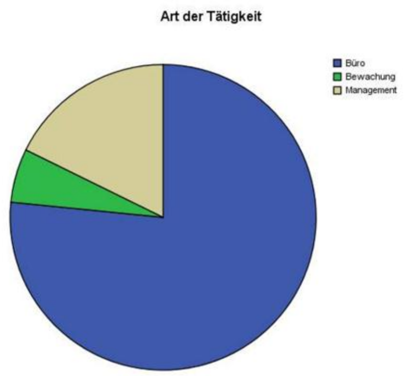
Diagramme

Ein Kreisdiagramm bietet sich besonders dann an, falls die Anteile am Ganzen schnell erfasst werden sollen.

Ein Säulen- oder Balkendiagramm bietet sich besonders dann an, falls man die Werte verschiedener Säulen oder Balken miteinander vergleichen will.

Ein Bilddiagramm bietet sich besonders dann an, falls der Sachzusammenhang im Diagramm sofort in den Blick fallen soll.

Ein Punkt- oder Liniendiagramm bietet sich besonders dann an, falls man aus dem Kurvenverlauf z.B. Entwicklungen ablesen möchte.



http://images4.wikia.nocookie.net/__cb20070711182456/marktforschung/images/e/e0/Kreisdiagramm.jpg

Arithmetischer Mittelwert

Man erhält den (arithmetischen) Mittelwert einer Menge, indem die Summe der Zahlen oder Größen durch ihre Anzahl dividiert wird.

In der Schulaufgabe hatte es folgende Ergebnisse gegeben:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	4	5	8	7	4	2

Mittelwert (Notendurchschnitt):

$$(4\cdot 1+5\cdot 2+3\cdot 8+4\cdot 7+5\cdot 4+6\cdot 2):30$$
$$=98:30\approx 3{,}27$$

Grundgleichung der Prozentrechnung

Alle Fragen der Prozentrechnung lassen sich mit der Grundgleichung der Prozentrechnung

$$Prozentsatz\cdot Grundwert = Prozentwert$$

beantworten, indem man die Gleichung nach der gesuchten Größe auflöst.

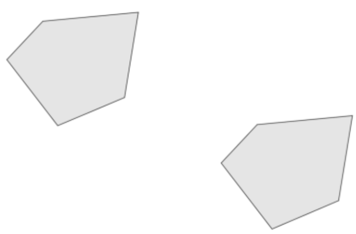
Der Preis für ein Paar Fußballschuhe wurde um 15% auf 63,75€ reduziert.
Was kosteten sie vorher?
Sie kosten nun 85% des Grundwertes:

$$0{,}85\cdot x = 63{,}75€$$
$$x = 63{,}75€:0{,}85$$
$$x = 75€$$

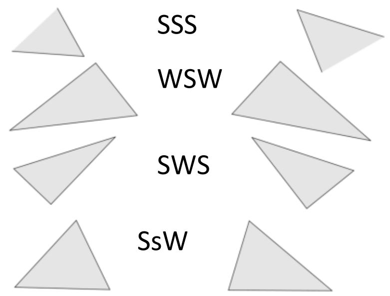
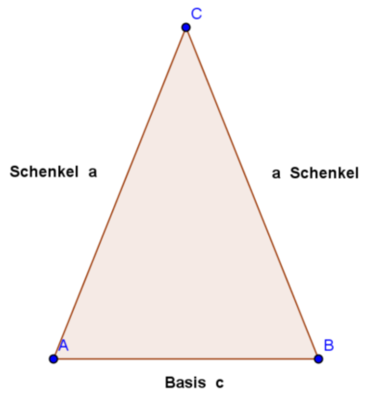
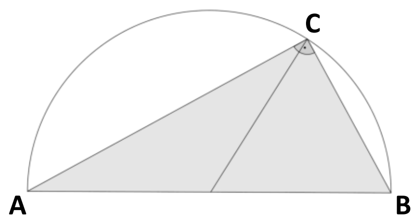
Vorher kosteten sie 75€.

Kongruente Figuren

Zwei deckungsgleiche Figuren F und G nennt man **zueinander kongruent**. Man schreibt: $F\cong G$. Kongruente Figuren stimmen in allen Stücken überein, beispielsweise in der Länge der Seiten und der Größe der Winkel.

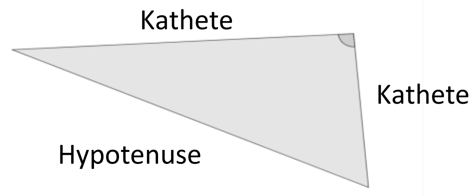


Diese Figuren sind kongruent

Kongruente Dreiecke Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie - In allen drei Seiten (SSS) - In einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln (WSW bzw. SWW) - In zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel (SWS) - In zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite (SsW) übereinstimmen.	
Gleichschenkliges Dreieck Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten nennt man gleichschenkliges Dreieck. Sonderfall: Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten nennt man gleichseitig.	
Satz vom gleichschenkligen Dreieck Trifft für ein Dreieck eine der folgenden Aussagen zu, so gelten auch die anderen: a) Das Dreieck ist gleichschenklig b) Das Dreieck ist achsensymmetrisch c) Das Dreieck besitzt zwei gleich große Winkel	
Satz des Thales Ein Dreieck ABC hat genau dann bei C einen rechten Winkel, falls die Ecke C auf einem Halbkreis über der Strecke [AB] liegt.	Thaleskreis 

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck

In rechtwinkligen Dreiecken nennt man die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen, Katheten, die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite nennt man Hypotenuse.

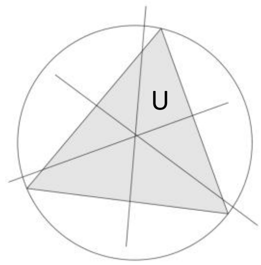


Satz von den Mittelsenkrechten im Dreieck

In jedem Dreieck schneiden sich die Mittelsenkrechten der drei Dreiecksseiten in einem Punkt U.
U ist Mittelpunkt des Umkreises.

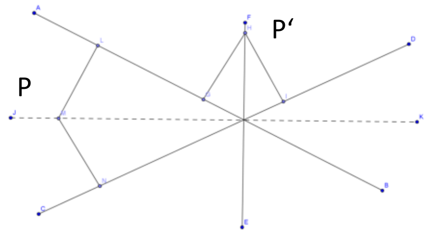
Umkreis im Dreieck

Dieser Punkt U hat von den drei Ecken des Dreiecks denselben Abstand.
Er ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks.



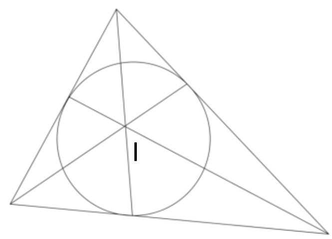
Satz von den Winkelhalbierenden

Ein Punkt P liegt genau dann auf der Winkelhalbierenden zweier sich schneidender Geraden, falls er von beiden Geraden gleichen Abstand hat.



Winkelhalbierende im Dreieck

Die drei Winkelhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt I, der von allen drei Seiten des Dreiecks gleichen Abstand besitzt.
Den Punkt I nennt man Mittelpunkt vom Inkreis des Dreiecks.



Satz von den Höhen im Dreieck In jedem Dreieck schneiden sich die drei Höhen (oder deren Verlängerungen) in einem Punkt Z.